



سری فوریه

سری فوریه زمان پیوسته

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk(2\pi/T)t}$$

$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk(2\pi/T)t} dt$$

ویژگی‌های سری فوریه زمان پیوسته

ویژگی	سیگنال متناوب	ضرایب سری فوریه
-	متناوب با دوره تناوب T و فرکانس اولیه $\omega_0 = 2\pi/T$	a_k b_k
خطی بودن	$Ax(t) + By(t)$	$Aa_k + Bb_k$
جابجایی زمان	$x(t - t_0)$	$a_k e^{-jk\omega_0 t_0} = a_k e^{-jk(2\pi/T)t_0}$
جابجایی فرکانس	$e^{jM\omega_0 t} = e^{jM(2\pi/T)t} x(t)$	a_{k-M}
مزدوج شدن	$x^*(t)$	a_{-k}^*
وارونگی زمان	$x(-t)$	a_{-k}
مقیاس بندی زمان	$x(\alpha t)$ متناوب با دوره تناوب T/α که $\alpha > 0$	a_k
کانولوشن متناوب	$\int_T x(\tau) y(t - \tau) d\tau$	$T a_k b_k$
ضرب	$x(t) y(t)$	$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} a_l b_{k-l}$
مشتق گیری	$\frac{dx(t)}{dt}$	$jk\omega_0 a_k = jk \frac{2\pi}{T} a_k$
انتگرال گیری	$\int_{-\infty}^t x(t) dt$ متناهی و متناوب است، تنها اگر $a_0 = 0$ باشد.	$\left(\frac{1}{jk\omega_0}\right) a_k = \left(\frac{1}{jk(2\pi/T)}\right) a_k$



$\begin{cases} a_k = a_{-k}^* \\ \operatorname{Re}\{a_k\} = \operatorname{Re}\{a_{-k}\} \\ \operatorname{Im}\{a_k\} = -\operatorname{Im}\{a_{-k}\} \\ a_k = a_{-k} \\ \angle a_k = -\angle a_{-k} \end{cases}$	$x(t)$ حقیقی	تقارن مزدوج برای سیگنال‌های حقیقی
a_k حقیقی و زوج	$x(t)$ حقیقی و زوج	سیگنال‌های حقیقی و زوج
a_k فقط موهومی و فرد	$x(t)$ حقیقی و فرد	سیگنال‌های حقیقی و فرد
$\operatorname{Re}\{a_k\}$ $j\operatorname{Im}\{a_k\}$	$\begin{cases} x_e(t) = \operatorname{Ev}\{x(t)\} \\ x_o(t) = \operatorname{Od}\{x(t)\} \end{cases}$ $\begin{cases} x(t) \text{ حقیقی} \\ x(t) \text{ حقیقی} \end{cases}$	تجزیه زوج-فرد سیگنال‌های حقیقی
$\frac{1}{T} \int_T x(t) ^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k ^2$		رابطه پارسوال برای سیگنال‌های متناوب

سری فوریه زمان گسسته

$$x[n] = \sum_{k \in \langle N \rangle} a_k e^{jk\omega_0 n} = \sum_{k \in \langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n}$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n \in \langle N \rangle} x[n] e^{-jk\omega_0 n} = \frac{1}{N} \sum_{n \in \langle N \rangle} x[n] e^{-jk(2\pi/N)n}$$

ویژگی‌های سری فوریه زمان گسسته

ویژگی	سیگنال متناوب	ضرایب سری فوریه
-	$\begin{cases} x[n] \\ y[n] \end{cases}$ متناوب با دوره تناوب N و فرکانس اولیه $\omega_0 = 2\pi/N$	$\begin{cases} a_k \\ b_k \end{cases}$ متناوب با دوره تناوب N
خطی بودن	$Ax[n] + By[n]$	$Aa_k + Bb_k$
جابجایی زمان	$x[n - n_0]$	$a_k e^{-jk(2\pi/N)n_0}$
جابجایی فرکانس	$e^{jM(2\pi/N)n} x[n]$	a_{k-M}
مزدوج شدن	$x^*[n]$	a_{-k}^*
وارونگی زمان	$x[-n]$	a_{-k}
مقیاس‌بندی زمان	$x_{(m)}[n] = \begin{cases} x[n/m] & \text{مضربی از } m \text{ باشد} \\ 0 & \text{مضربی از } m \text{ نباشد} \end{cases}$ متناوب با دوره تناوب mN	$\frac{1}{m} a_k$ متناوب با دوره تناوب mN



$Na_k b_k$	$\sum_{r=\langle N \rangle} x[r]y[n-r]$	کانولوشن متناوب
$\sum_{l=\langle N \rangle} a_l b_{k-l}$	$x[n]y[n]$	ضرب
$(1 - e^{-jk(2\pi/N)})a_k$	$x[n] - x[n-1]$	اولین تفاضل
$\left(\frac{1}{1 - e^{-jk(2\pi/N)}}\right)a_k$	$\sum_{k=-\infty}^n x[k]$ متناهی و متناوب است، تنها اگر $a_0=0$ باشد.	جمع متوالی
$\begin{cases} a_k = a_{-k}^* \\ \text{Re}\{a_k\} = \text{Re}\{a_{-k}\} \\ \text{Im}\{a_k\} = -\text{Im}\{a_{-k}\} \\ a_k = a_{-k} \\ \angle a_k = -\angle a_{-k} \end{cases}$	$x[n]$ حقیقی	تقارن مزدوج برای سیگنال‌های حقیقی
a_k حقیقی و زوج	$x[n]$ حقیقی و زوج	سیگنال‌های حقیقی و زوج
a_k فقط موهومی و فرد	$x[n]$ حقیقی و فرد	سیگنال‌های حقیقی و فرد
$\begin{cases} \text{Re}\{a_k\} \\ j\text{Im}\{a_k\} \end{cases}$	$\begin{cases} x_e[n] = \text{Ev}\{x[n]\} \begin{bmatrix} x[n] \text{ حقیقی} \end{bmatrix} \\ x_o[n] = \text{Od}\{x[n]\} \begin{bmatrix} x[n] \text{ حقیقی} \end{bmatrix} \end{cases}$	تجزیه زوج-فرد سیگنال‌های حقیقی
$\frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} x[n] ^2 = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k ^2$		رابطه پارسوال برای سیگنال‌های متناوب

مجموعه آموزش‌های ریاضی فرادرس (+کلیک کنید)

برای مشاهده سایر «تقلب‌نامه‌های» مجله فرادرس، به [این لینک](#) مراجعه فرمایید.

جهت آگاهی از آخرین تقلب‌نامه‌های منتشر شده، در [کانال تلگرام](#) مجله فرادرس عضو شوید.

تهیه و تنظیم: مجله فرادرس

